

## 类型三 二次函数与图形面积

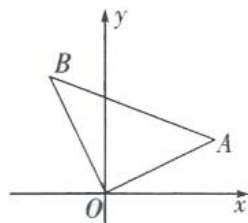
(2018, 2015, 2014, 2009. 24)

**【类型解读】**二次函数与图形面积近 10 年考查 4 次, 涉及面积计算、面积定值、面积相等, 考查形式: ① 平移后抛物线与坐标轴所围成的图形面积与原抛物线与坐标轴所围成的图形面积相等(2018); ② 已知抛物线上四点和其关于原点对称的抛物线上四点, 求这八个点中的四个为顶点的平行四边形中不是菱形的平行四边形的面积(2015); ③ 求使已知抛物线上两点坐标与平移后抛物线上两点坐标构成的平行四边形中满足面积为定值的抛物线平移方式(2014); ④ 求已知抛物线上一点坐标, 使其和另外两定点组成的三角形面积等于已知三角形的面积(2009).

1. (2018 西安铁一中模拟) 抛物线  $C_1$  经过  $A(-2\sqrt{2}, 6)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(\sqrt{2}, 0)$  三点.
  - (1) 求抛物线  $C_1$  表达式;
  - (2) 将  $C_1$  平移得到抛物线  $C_2$ , 记  $C_2$  的顶点为  $E$ , 与  $y$  轴的交点为  $F$ , 若以  $B, O, E, F$  为顶点的四边形恰好是面积为 5 的平行四边形, 试求出此时  $C_2$  的表达式.
2. 在平面直角坐标系中, 抛物线  $L_1: y = ax^2 - 2x + 3$  与  $x$  轴交于  $A(-3, 0)$ 、 $B$  两点(点  $A$  在点  $B$  的左侧), 与  $y$  轴交于点  $C$ .
  - (1) 求  $B, C$  两点的坐标;
  - (2) 抛物线  $L_2$  与抛物线  $L_1$  关于坐标原点对称, 求抛物线  $L_2$  的表达式;
  - (3) 在抛物线  $L_2$  上是否存在一点  $P$ , 使  $\triangle ABP$  与  $\triangle ABC$  的面积相等? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

3. 已知抛物线  $y = x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A, B(3, 0)$  两点且点  $A$  在点  $B$  的左侧, 与  $y$  轴交于点  $C(0, 3)$ , 顶点为  $D$ .
- (1) 求抛物线的表达式;
  - (2) 求顶点  $D$  的坐标;
  - (3) 连接  $CD$ , 点  $M$  为线段  $CD$  上一点, 过点  $M$  作  $MN \perp x$  轴, 交  $BC$  于点  $N$ , 是否存在这样的线段  $MN$  将  $\triangle BCD$  的面积分为  $1:2$  的两部分? 若存在, 求出点  $M$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.

4. (2018 陕师大附中模拟) 如图, 在平面直角坐标系中,  $O$  为坐标原点,  $\triangle AOB$  是等腰直角三角形,  $\angle AOB = 90^\circ$ , 点  $A(2, 1)$ .
- (1) 求点  $B$  的坐标;
  - (2) 求经过  $A, O, B$  三点的抛物线的函数表达式;
  - (3) 在(2)所求的抛物线上, 是否存在一点  $P$ , 使四边形  $ABOP$  的面积最大? 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



第4题图

## 题型九 第25题综合与实践

注:几何探究题均为3问,分值为12分.第(1)(2)问为问题探究,一般考查简单尺规作图或计算,第(3)问为问题解决,结合前两问的结论解决问题.

### 类型一 面积平分问题

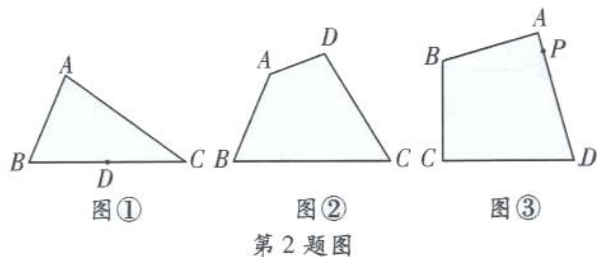
#### 1. (2019 原创) 问题探究

(1)如图①,在 $\triangle ABC$ 中,点 $D$ 是边 $BC$ 的中点,过点 $D$ 作一条直线将 $\triangle ABC$ 的面积平分;

(2)如图②,在四边形 $ABCD$ 中,过点 $A$ 作一条直线 $AE$ 将四边形 $ABCD$ 的面积平分,并说明理由;

**问题解决**

(3)如图③,四边形 $ABCD$ 是某商业用地示意图, $AB=BC=6$ , $AD=CD=8$ , $\angle A=\angle C=90^\circ$ ,点 $P$ 在边 $AD$ 上, $AP=1$ ,现准备过 $P$ 修一条笔直的公路 $l$ (其占地面积不计),使其平分四边形 $ABCD$ 的面积,设 $l$ 与四边形 $ABCD$ 的边交于点 $Q$ ,画出满足条件的 $l$ ,并求 $CQ$ 的长.



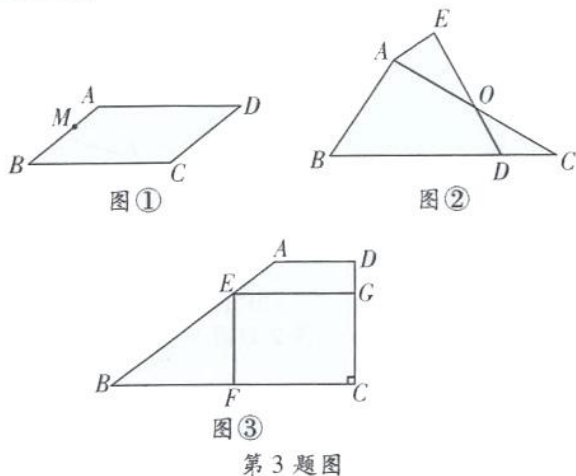
#### 2. (2019 原创) 问题发现

(1)如图①,四边形 $ABCD$ 是平行四边形,点 $M$ 是边 $AB$ 上一定点,请在图①中过点 $M$ 作一条直线,使其将 $\square ABCD$ 分成面积相等的两部分;

(2)如图②,在 $\triangle ABC$ 中,点 $D$ 是 $BC$ 边上一点,点 $O$ 是边 $AC$ 的中点,连接 $DO$ 并延长至点 $E$ ,连接 $AE$ ,若 $OE > OD$ ,四边形 $ABDE$ 的面积为 $S_1$ , $\triangle ABC$ 的面积为 $S_2$ ,比较 $S_1$ 与 $S_2$ 的大小,并说明理由;

**问题解决**

(3)已知李叔叔家承包的农田如图③中的四边形 $ABCD$ 所示,其中 $AD \parallel BC$ , $\angle C=90^\circ$ , $AD=40$ 米, $BC=120$ 米, $CD=60$ 米.点 $E$ 、 $F$ 、 $G$ 分别在边 $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$ 上,四边形 $EFCG$ 为矩形,边 $EF$ 、 $EG$ 将农田分成了三部分,其中矩形 $EFCG$ 的面积为 $2700$ 米<sup>2</sup>.李叔叔今年除了种植常规玉米外还想尝试种植一种新品种(花玉米),为了方便劳作,李叔叔准备在农田中修一条笔直的小路 $MN$ (小路的两端 $M$ 、 $N$ 分别在 $AB$ 和 $BC$ 上,且小路的宽度忽略不计),使得 $MN$ 将四边形 $ABCD$ 分为两部分,同时平分矩形 $EFCG$ 的面积,且使得新品种(花玉米)种植区域 $\triangle BMN$ 的面积最小以降低风险.试问李叔叔的想法能否实现?若能,请画出这条小路,并求出 $\triangle BMN$ 面积的最小值;若不能,请说明理由.



3. (2019 原创) 问题提出

(1) 如图①, 在  $\square ABCD$  中, 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ , 点  $M$  是  $\square ABCD$  内一点, 请你作出一条直线, 使其过点  $M$  且平分  $\square ABCD$  的面积;

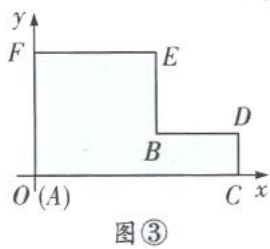
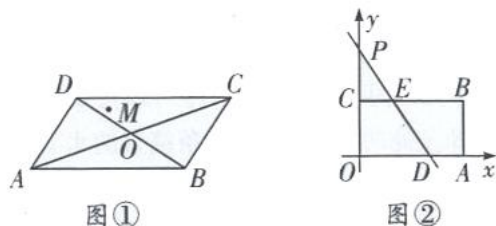
问题探究

(2) 如图②, 在平面直角坐标系中, 四边形  $OABC$  为矩形, 点  $A$ 、 $B$  的坐标分别为  $(12, 0)$ 、 $(12, 6)$ , 直线  $y = -\frac{3}{2}x + b$  与  $y$  轴交于点  $P$ , 与边  $OA$  交于点  $D$ , 与边

$BC$  交于点  $E$ . 若直线  $y = -\frac{3}{2}x + b$  平分矩形  $OABC$  的面积, 求  $b$  的值;

问题解决

(3) 如图③, 有一块六边形  $ACDBEF$  的菜地, 要在菜地内建一条笔直的水渠, 用来灌溉两边面积相等的菜地 (要使经过菜地的长度最大), 且  $FE \parallel BD \parallel AC$ ,  $FA \parallel BE \parallel CD$ ,  $\angle FAC = \angle ACD = 90^\circ$ ,  $FA = FE = 6$  千米,  $BD = 4$  千米,  $CD = 2$  千米, 建立如图所示的平面直角坐标系, 求水渠所在直线的表达式, 并求出水渠的长度.



第 4 题图