

1. 抛物线 $L: y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 $C(0, 2)$.

(1) 求抛物线 L 的表达式;

(2) 如何平移抛物线 L , 使平移后的抛物线 L' 经过点 A , 且在抛物线 L' 上有一点 M , 使 $\triangle CBM$ 是以 $\angle CBM$ 为直角的等腰直角三角形.

2. (2018 西安铁一中模拟) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 $A(-5, -4)$, 与 x 轴交于 $B(-2, 0)$.

(1) 求二次函数的表达式;

(2) 将原抛物线绕坐标平面内的某一点旋转 180° , 得到的新抛物线与 x 轴的一个交点为 C , 若新抛物线上存在一点 D , 使得以 A, B, C, D 为顶点且以 AB 为边的四边形为菱形, 求新抛物线的表达式.

3. (2018 西安铁一中模拟) 抛物线 C_1 经过 $A(-2\sqrt{2}, 6)$ 、 $B(1, -1)$ 、 $C(\sqrt{2}, 0)$ 三点.

(1) 求抛物线 C_1 表达式;

(2) 将 C_1 平移得到抛物线 C_2 , 记 C_2 的顶点为 E , 与 y 轴的交点为 F , 若以 B, O, E, F 为顶点的四边形恰好是面积为 5 的平行四边形, 试求出此时 C_2 的表达式.

4. 抛物线与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且点 A 的坐标为 $(-3, 0)$, 顶点 D 的坐标为 $(-1, 4)$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 求 B, C 两点的坐标;

(3) 连接 AD, AC, CD, BC . 在 y 轴上是否存在点 M , 使得以 M, B, C 为顶点的三角形与 $\triangle ACD$ 相似? 若存在, 请求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

5. 已知抛物线 $C_1: y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点为 M , 与 x 轴交于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧).

(1) 求点 A 和点 M 的坐标;

(2) 求抛物线 C_1 绕点 A 旋转 180° 后得到的抛物线 C_2 的函数表达式;

(3) 点 P 是 x 轴负半轴上一点, 将抛物线 C_1 绕点 P 旋转 180° 得到新的抛物线 C_3 . 若抛物线 C_3 的顶点为 N , 与 x 轴交于 C, D 两点(点 C 在点 D 的左侧), 当以点 C, M, N 为顶点的三角形是直角三角形时, 求点 P 的坐标.

6. (2018 西工大附中模拟) 在平面直角坐标系中, 抛物线 $W: y = x^2 - 2x - 1$ 的顶点为 A , 与 y 轴的交点为 C .

(1) 求 A, C 两点的坐标;

(2) 若点 P 在抛物线 W 上, 点 Q 在坐标平面内, 且以点 A, C, P, Q 为顶点的四边形是以 AC 为边的矩形, 求点 P 的坐标;

(3) 在(2)问的基础上, 是否存在抛物线 W' , 使得抛物线 W' 与抛物线 W 关于点 M 对称, 且抛物线 W' 过 C, P, Q 三点? 若存在, 求出点 M 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

7. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $L_1: y = ax^2 - 2x + 3$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0), B$ 两点(点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

(1) 求 B, C 两点的坐标;

(2) 抛物线 L_2 与抛物线 L_1 关于坐标原点对称, 求抛物线 L_2 的表达式;

(3) 在抛物线 L_2 上是否存在一点 P , 使 $\triangle ABP$ 与 $\triangle ABC$ 的面积相等? 若存在, 求出点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

8. (2018 西安铁一中模拟) 抛物线与 x 轴相交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 其中点 A 的坐标为 $(-3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, -3)$, 对称轴为直线 $x = -1$.

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 若点 P 在抛物线上, 且 $S_{\triangle POC} = 4S_{\triangle OBC}$, 求点 P 的坐标;

(3) 设点 Q 是线段 AC 上的动点, 作 $QD \perp x$ 轴交抛物线于点 D , 求线段 QD 长度的最大值.